



# 「状態関数に聞く」

Q-semi 第4資料

2025/5/3

## 状態関数 $\Psi$ と観測

状態関数は位置の値を持たない.

しかし位置を聞けば状態関数は答えてくれる.

⇒ 聞くとは実験装置で測定すること.

電子の位置は写真フィルムで観測できる.

# 演算子と状態関数

物理量は状態関数への演算子になる.

物理量の固有関数は固有値を持つ.

電子の位置を聞く.

電子の位置を観測する. (写真フィルムに捉える)

状態関数は観察すると変化する.  $\Rightarrow$  状態関数の収縮

# 箱の中の電子

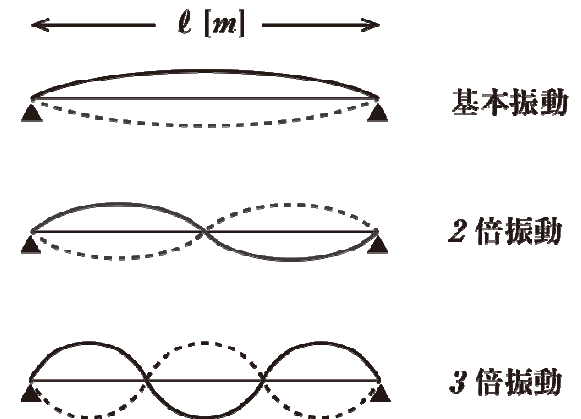
- 電子のエネルギーが離散値になる.

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ml^2}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

第2回レジメの式は間違っています.

- 状態関数がある条件を満たしていると  
エネルギーは決まった値を持つ. 固有値という.
- その状態関数をエネルギーの固有関数という.



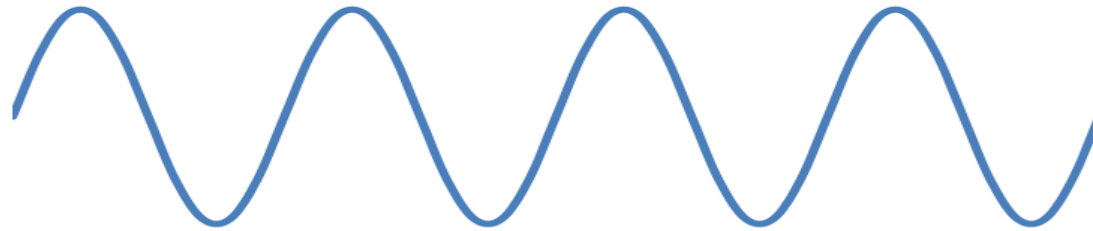
# 固有関数と固有値

- 容器の中の電子のエネルギーは離散値になった.
- そのときの状態関数は基本振動, 倍振動の波動に対応する.

$$\hat{H}\Psi_i = E_i\Psi_i, i = 1, 2, 3, \dots$$

固有値方程式という.  $\hat{H}$  はエネルギーの演算子,  $E_i$  はエネルギーの固有値.

# 演算子を自由粒子で考える



進行波



$$\Psi = \exp(-2i\pi\nu t + 2i\pi x/\lambda)$$

$$E \rightarrow h\nu, p \rightarrow h/\lambda$$

# 状態関数への演算子

$$E(t) \rightarrow \hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

$$p(t) \rightarrow \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

$$x(t) \rightarrow \hat{x} = x$$

# 固有値方程式

$$\hat{H}\Psi_i = E_i\Psi_i, i = 1, 2, 3, \dots$$

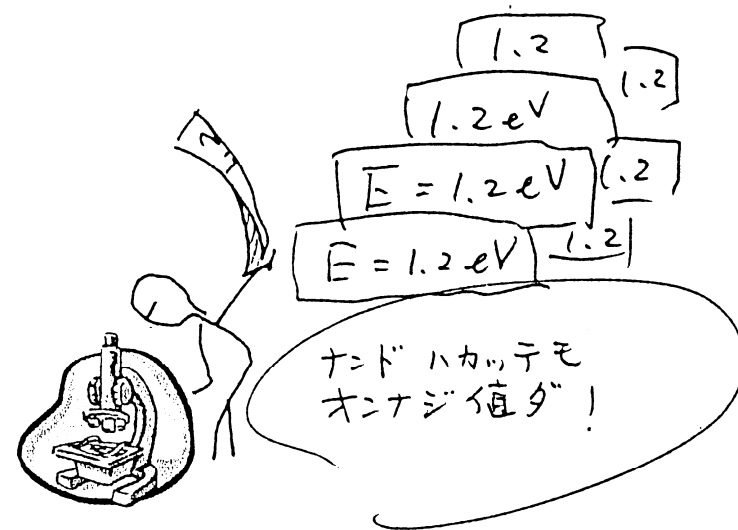
$\hat{H}$  はエネルギーの演算子,  $E_i$  はエネルギーの固有値.

物理量は状態関数にはたらく演算子になる.



# エネルギーの固有状態

- 状態関数におまへのエネルギーはいくらかと聞いてみると1.2eVだと答えた。何度聞いても1.2eVと答える。
- このときエネルギーの状態関数は固有関数であるという。
- 固有状態でないときは  
聞かたびに違う答が返ってくる。



# 不確定性原理

- ・ 運動量の固有状態もある.
- ・ 位置の固有状態もある.
- ・ 運動量と位置が同時に固有状態になることはない.
- ・ 運動量と位置は同時に決まらない.



## 閑話休題

- 電子の状態は複素数で表される.
- 電子の状態は電子の实在形式なのか？
- **实在**するものが複素数で表されるとは.
- 人間の理解とは何か.

# ガリレオの言葉

「自然は数学の言葉で書かれている」

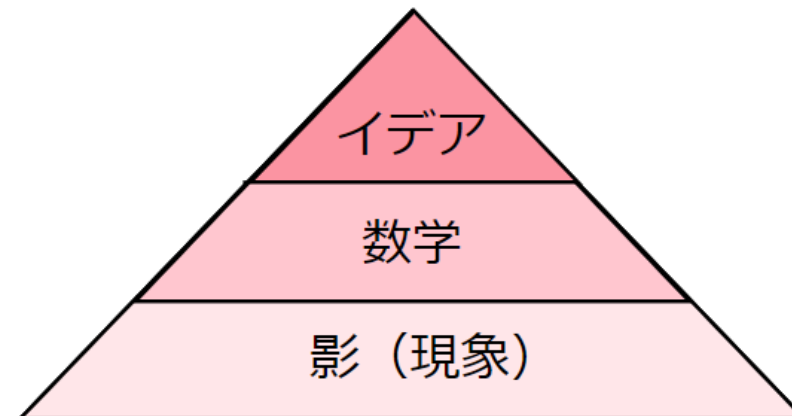
参考：ガリレオ「天文対話」異聞（nagai.koko）

<https://koko.matrix.jp/lab/siryo88.pdf>

# プラトンのイデア論

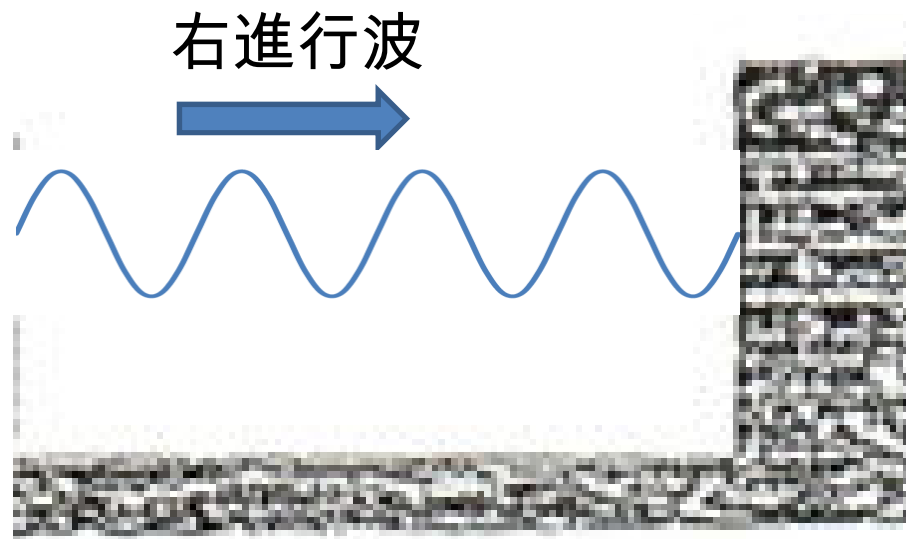
プラトンのイデア論は、この世のあらゆる現象は不完全な「影」であり、真の実体は不変で普遍的な「イデア」にあるという考え方です。

影を追究する天文学や機械学と、イデアを扱う哲学をつなげる役割を果たしているのが数学であるとプラトンは説きました。



# トンネル現象

$$E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \quad \text{Case : } E < V_0$$
$$\text{Case : } E > V_0$$



# トンネル現象

運動量が虚数になればエネルギー法則を満たすことができる.

$$p \rightarrow h/\lambda$$

$$\begin{aligned}\Psi &= \exp(-i2\pi\nu t + i2\pi x/\lambda) \\ &\rightarrow \exp(-i2\pi\nu t) \exp(\pm 2\pi x/\lambda)\end{aligned}$$