



「トンネル現象」

Q-semi 第5回資料

電子の確率密度

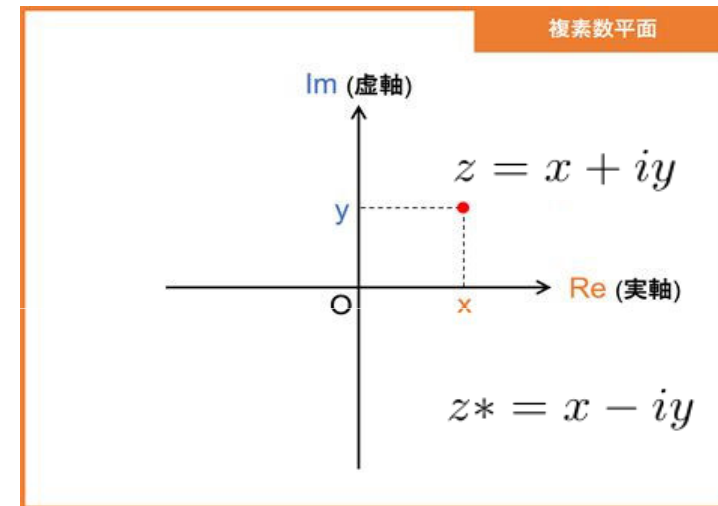
電子の確率密度

$$\rho(t, x) = |\Psi(t, x)|^2 = \Psi^*(t, x)\Psi(t, x)$$

右進行波の場合

$$\begin{aligned}\Psi(t, x) &= \exp(-2i\pi\nu t + 2i\pi x/\lambda) \\ &= \exp(-2i\pi\nu t) \exp(2i\pi x/\lambda)\end{aligned}$$

$$\therefore \rho(t, x) = \text{const.}$$



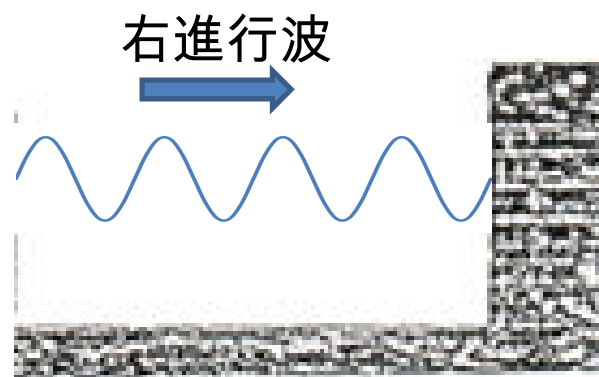
$$|z|^2 = z^* z = x^2 + y^2$$

壁に向かう電子

右進行波の場合

$$\begin{aligned}\Psi(t, x) &= A \exp i(-Et + px)/\hbar \\ &= A \exp(-iEt/\hbar) \exp(ipx/\hbar).\end{aligned}$$

$$\therefore \rho(t, x) = \text{const.} \quad \text{if} \quad x < 0.$$



エネルギー保存則

- エネルギー保存則 $U(x)$: ポテンシャル (位置エネルギー)

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x)$$

- ばねにつるされた物体

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2$$

- 壁にぶつかる電子

$$E = \frac{p^2}{2m} + U$$

$$\begin{aligned} U &= 0 \text{ for } x < 0, \\ &= U_0 \text{ for } x > 0. \end{aligned}$$

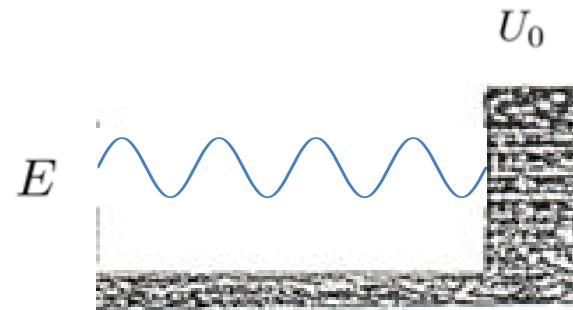
壁に侵入できない電子

$$U(x) = 0 \quad \text{if } 0 < x < L$$

$$U(x) = \infty \quad \text{else}$$

$$\Psi(x = 0) = 0, \Psi(x = L) = 0$$

古典力学であれば壁に侵入できない.



壁に侵入する電子

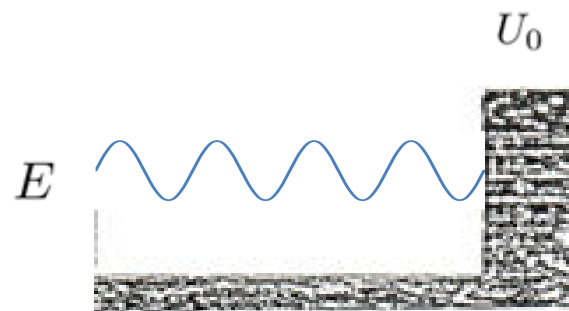
$$\begin{aligned}\Psi(t, x) &= A \exp i(-Et + px)/\hbar \\ &= A \exp(-iEt/\hbar) \exp(ipx/\hbar).\end{aligned}$$

運動量が虚数になったら

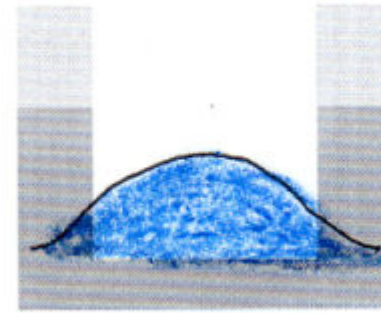
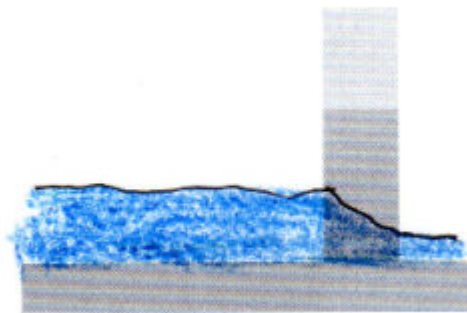
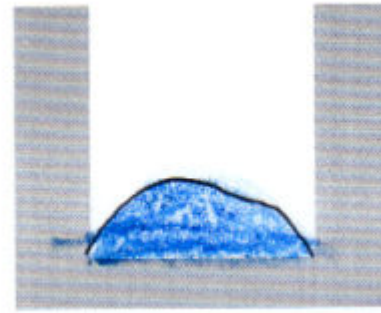
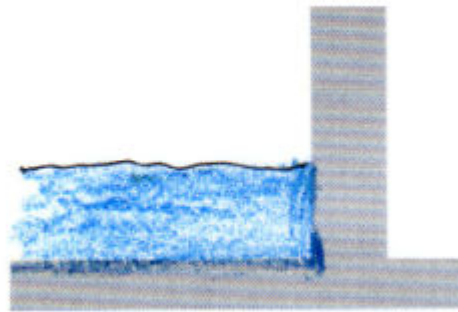
$$p \rightarrow ip$$

$$\Psi = A \exp(-iEt/\hbar) \exp(-px/\hbar),$$

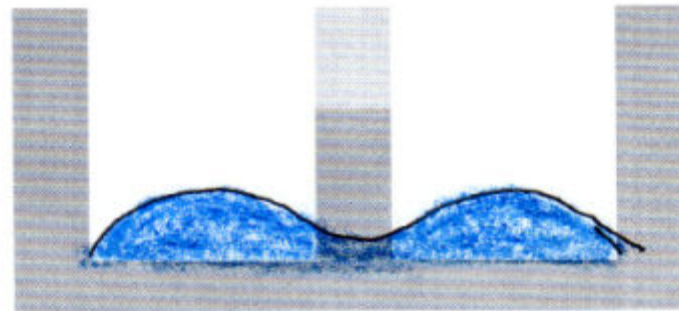
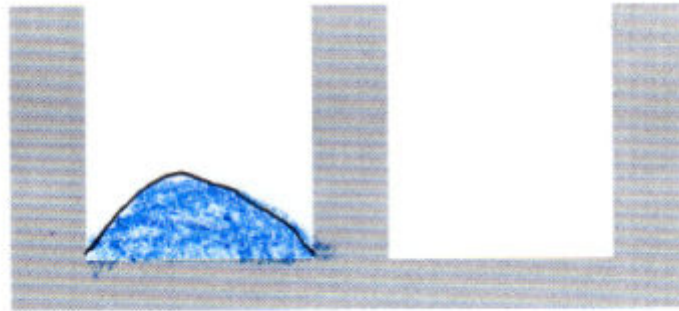
$$\rho = |A|^2 \exp(-2px/\hbar).$$



壁にあたる電子, 箱の中の電子



有限の高さの壁で仕切られた部屋の電子



なにが起こったのか

