「不確定原理」？

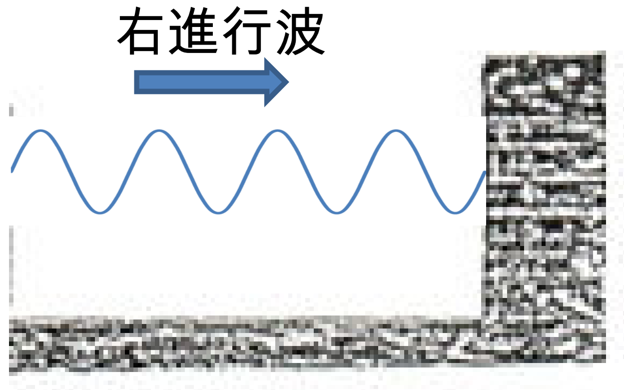
Q-semi　第6回資料

運動量(速度)が決まった状態は位置は不確定

右進行波の場合

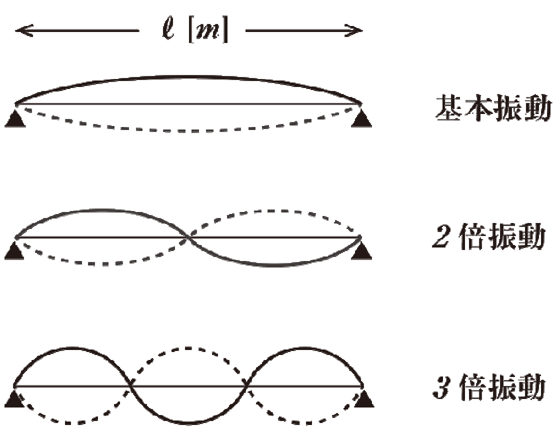
$$\Psi(t,\ x) = A \exp i(-Et + px)/\hbar$$
$$= A \exp(-iEt/\hbar) \exp(ipx/\hbar).$$

$$\therefore \rho(t,x) = const. \quad \text{if} \quad x < 0.$$

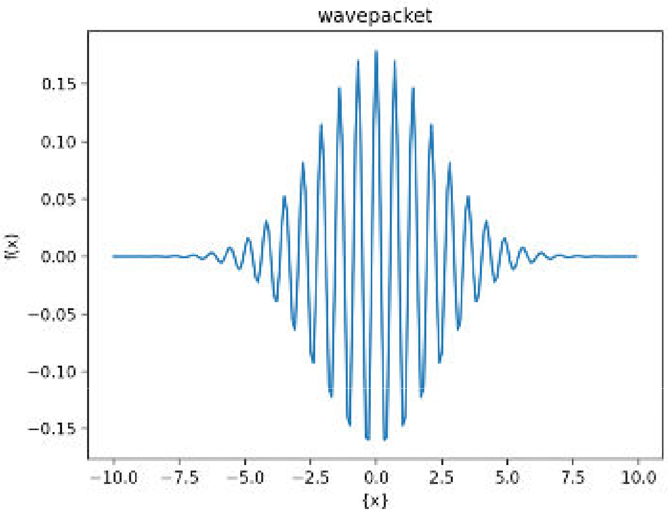


箱の中の場合

- 電子の位置は限定されている.
- 箱を狭くすれば電子の位置はより正確に決まる．しかし，
- 限定するためには右進行波と左進行波が必要だった．つまり運動量はpと-pの状態の重ねあわせであって運動量は不確定になる． 箱を狭めれば狭めるほどpの不確定さは大きくなる.



位置がほぼ決まった電子の状態



- 位置がほぼ限定された状態関数は運動量の固有関数を重ねあわせることによってつくることができる．（波束）したがって運動量には不確定さがある．
- ニュートン力学の質点に近い状態であるが，位置と運動量は確定した値はもたない．

数学を使わない説明のまとめ

- 電子の位置と運動量（速度）が同時に確定することができないという量子力学の特徴は

  電子が状態関数で記述されるということによる基本的性質である.

数学を使った説明

- 量子力学ではエネルギー・運動量・位置は状態関数に作用する演算子である.

$$\hat{H} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{x} = x$$

固有関数と固有値

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = E\Psi$$

$$\Psi = \exp(-iEt)f(x), \qquad \rho(t,x) = |f(x)|^2$$

$$\hat{p}\Psi = p\Psi$$

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\Psi = p\Psi$$

$$\Psi = \exp(-ipx)g(t), \qquad \rho(t,x) = |g(t)|^2$$

$\hat{p}$ と $\hat{x}$ の交換関係

$$\hat{p}\hat{x}f(t,x) = -i\hbar\frac{\partial(xf(t,x))}{\partial t} = -i\hbar\left(x\frac{\partial f(t,x)}{\partial t} + f(t,x)\right)$$

$$\hat{x}\hat{p}f(t,x) - \hat{x}\hat{p}f(t,x) = -i\hbar f(t,x)$$

$$\left(\hat{p}\hat{x} - \hat{x}\hat{p}\right)f(t,x) = -i\hbar f(t,x)$$

$$\left(\hat{p}\hat{x} - \hat{x}\hat{p}\right) = -i\hbar$$

$$[\hat{x},\hat{p}] = i\hbar \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

補足

$$\frac{\partial}{dt}e^{\alpha t} = \alpha e^{\alpha t}$$

α が実数のときの成り立つこの式は α が虚数のときでも成り立つ．したがって複素数のときにもただしい．

$$h(t) = e^{iat} = \cos at + i \sin at$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = -a \sin at + ia \cos at = iah(t)$$